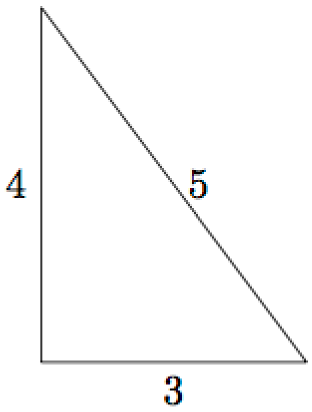
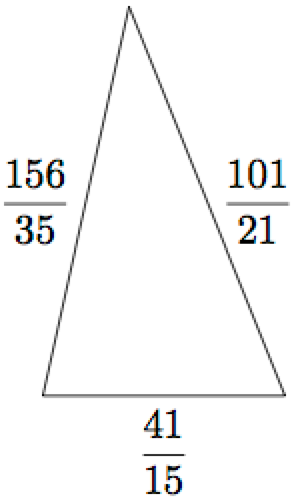
អត្ថបទដកស្រង់ចេញពី
Klein Project Blog
រឿងនិទានពីត្រីកោណពីរ ៖ ត្រីកោណ អេរ៉ុង និងខ្សែកោងអេលីប





ប្រសិនបើត្រីកោណពីរមានផ្ទៃក្រឡាដូចគ្នា និងបរិមាត្រដូចគ្នា តើត្រីកោណទាំងពីរនេះចាំបាច់ត្រូវតែដូចគ្នាឬទេ?ចម្លើយគឺវាមិនដូចគ្នាទេ។

ឧទាហរណ៍៖ ត្រីកោណដែលមានជ្រុង3, 4និង 5 មានផ្ទៃក្រឡា និង បរិមាត្រដូចគ្នានិងត្រីកោណដែលមានជ្រុង $\frac{41}{15},\frac{101}{21}$ និង $\frac{156}{35}$ ។ ត្រីកោណទាំងពីរនេះមានបរិមាត្រ 12 គឺ៖

$3+4+5=12$ និង

$$\frac{41}{15}+\frac{101}{21}+\frac{156}{35}=\frac{287+505+468}{105}=\frac{1260}{105}=12$$

ស្រមៃថាត្រីកោណទាំងពីរនេះក៏មានផ្ទៃក្រឡាប៉ុនគ្នា។ ត្រីកោណកែងមានផ្ទៃក្រឡា$\frac{1}{2}4\cdot 3=6$ ។ ដើម្បីរកផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណមួយទៀត យើងត្រូវប្រើរូបមន្តអេរ៉ុង ដែលតាង A ជាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណដែលមានរង្វាស់ជ្រុងa,b និង c បានដោយរូបមន្ត៖

$$A=\frac{1}{4}\sqrt{(a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)}$$

$$A=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

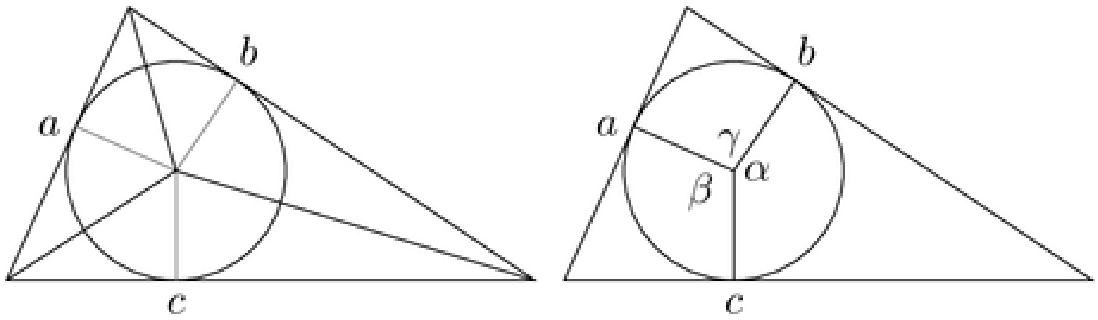
ដែល $s=\frac{1}{2}(a+b+c)$ គឺជាកន្លះបរិមាត្រនៃត្រីកោណ។ តាមរយៈរូបមន្តនេះបង្ហាញឱ្យយើងឃើញផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណទីពីរក៏ស្មើ 6 ដែរ។

លំហត្រីកោណ

តើយើងអាចរកឧទាហរណ៍លំហត្រីកោណបានដោយរបៀបណា? ដើម្បីរកឧទាហរណ៍បែបនេះយើងមានមធ្យោបាយដ៏ត្រឹមត្រូវមួយគឺកាកំណត់លំហត្រីកោណទាំងអស់។ មានរបៀប ជាច្រើន ដែលយើងអាចអនុវត្តលើឧទាហរណ៍នេះបាន។ របៀបទីមួយគឺតាងត្រីកោណដោយត្រីធាតុ (a,b,c) ដែលជាប្រវែងជ្រុងទាំងបីរបស់វា តាមលំដាប់ណាមួយ។ តាមរបៀបនេះយើងតាងត្រីកោណមួយដោយចំណុចបីនៅក្នុងលំហ។ ត្រូវចងចាំថា មិនមែន គ្រប់ត្រីធាតុទាំងអស់ត្រូវគ្នានឹងត្រីកោណនោះទេ។ ឧទាហរណ៍៖ គ្រប់កូអរដោនេទាំងអស់ត្រូវតែវិជ្ជមាន។ តើអ្នកគិតថាមានលក្ខខណ្ឌផ្សេងទៀតដែរឬទេ?

មានរបៀបច្រើនផ្សេងទៀតក្នុងការដៅកូអរដោនេ នៅលើលំហត្រីកោណដោយប្រើមុំជំនួសឱ្យប្រវែងរបស់វាវិញ។ គ្រប់ត្រីកោណដែលមានរង្វង់ចារឹកក្នុង ហើយកាំ r នៃរង្វង់នេះមានទំនាក់ទំនងជិតស្និទ្ធជាមួយនឹងផ្ទៃក្រឡា A និងកន្លះបរិមាត្រ s គឺ $A=rs$ ។

ដើម្បីបង្ហាញថា $A=rs$ ពិត យើងត្រូវគូសបន្ទាត់ដែលចេញពីផ្ចិតនៃរង្វង់ហើយកែងទៅនឹងជ្រុងនៃត្រីកោណ ដូចដ្យាក្រាមខាងឆ្វេងក្នុងរូបភាពទី2។ ដែលចំណោលកែងទាំងនោះគឺជាកម្ពស់នៃត្រីកោណតូចៗបីដែលមានបាតគឺជាជ្រុងនៃត្រីកោណធំ និងមានកំពូលជាផ្ចិតនៃរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណ។បូកផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណទាំងនោះយើងទទួលបាន $A=rs$



រូបភាពទី 2:លំហាត្រីកោណប៉ារ៉ាម៉ែត

សមីការនេះបង្ហាញឱ្យយើងឃើញថា ប្រសិនបើត្រីកោណពីរ មានផ្ទៃក្រឡានិងកន្លះបរិមាត្រដូចគ្នា នោះកាំ r នៃរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណក៏ដូចគ្នាដែរ។ ដូច្នេះបើយើងស្វែងរកត្រីកោណពីរបែបខាងលើ យើងនឹងអាចរកបានត្រីកោណមួយក្នុងចំណោមត្រីកោណទាំងអស់ដែលមានរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណថេរមួយ។ ជំនួសឱ្យការប្រើប្រាស់ប្រវែង ដើម្បីពិពណ៌នាពីត្រីកោណទាំងនោះ យើងនឹងប្រើប្រាស់មុំដែលផ្គុំដោយកាំទាំងបីនៃរង្វង់ ដូចដ្យាក្រាមខាងស្តាំក្នុងរូបភាព២។

ការកំណត់ប៉ារ៉ាម៉ែតត្រីកោណដែលមានផ្ទៃក្រឡា និងបរិមាត្រថេរ

ក្នុងលំហាត្រីកោណយើងអាចរកខ្សែកោងដែលត្រូវគ្នាទៅនឹងគ្រួសារនៃត្រីកោណដែលមានតម្លៃផ្ទៃក្រឡា A និងកន្លះបរិមាត្រ s ថេរ។

ដំបូងយើងសរសេរកន្សោម s ជាអនុគមន៍នៃមុំ α,β និង γ ហើយនិង r ជាកាំនៃរង្វង់ចារឹកក្នុង ដូចតទៅនេះ។ កាំ និងបន្ទាត់ដែលគូសចេញពីកំពូលទៅផ្ចិតនៃរង្វង់បានចែកត្រីកោណជាត្រីកោណកែងប្រាំមួយ។ ដោយសារបន្ទាត់ដែលគូសចេញពីកំពូលទៅផ្ចិតនៃរង្វង់ គឺជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំនៃត្រីកោណមេ ត្រីកោណកែងទាំងនោះជាត្រីកោណដូចគ្នាពីរៗ។ យកប្រវែងបាតមួយៗ ចេញពីគូនៃត្រីកោណនីមួយៗហើយបូកបញ្ចូលគ្នាយើងបាន៖

$$s=r(\tan\frac{\alpha}{2}+\tan\frac{\beta}{2}+\tan\frac{\gamma}{2})$$

សមីការខាងលើ និងសមីការ $A=rs$ ទាំងពីរនេះបង្ហាញឱ្យយើងឃើញថា ប្រសិនបើផ្ទៃក្រឡា A និងកន្លះបរិមាត្រ s ជាចំនួនថេរ នោះគេបានផលបូកនៃតង់សង់

$$\tan\frac{\alpha}{2}+\tan\frac{\beta}{2}+\tan\frac{\gamma}{2}=\frac{s^2}{A}\ (1)$$

បន្ទាប់មក យើងបំប្លែងលក្ខខណ្ឌនេះ ទៅជាសមីការខ្សែកោងនៅក្នុងប្លង់។ តាង

$x=\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right),y=\tan\left(\frac{\beta}{2}\right)$ និង $z=\tan\left(\frac{\gamma}{2}\right)$ ដោយ $\alpha+\beta+\gamma=2\pi$ យើងបាន៖

$$\frac{\gamma}{2}=\pi-\frac{\alpha}{2}-\frac{\beta}{2}$$

ដូច្នេះ

$$z=\tan\left(\frac{\gamma}{2}\right)=\tan\left(\pi-\frac{\alpha}{2}-\frac{\beta}{2}\right)=-\tan\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2}\right)=-\frac{x+y}{1-xy}$$

ដូចនេះប្រសិនបើ k គឺជាចំនួនថេរ $\frac{s^2}{A}$ សមីការ(1) ក្លាយជាសមីការកំណត់ដោយ k

$$x+y-\frac{x+y}{1-xy}=k\ (2)$$

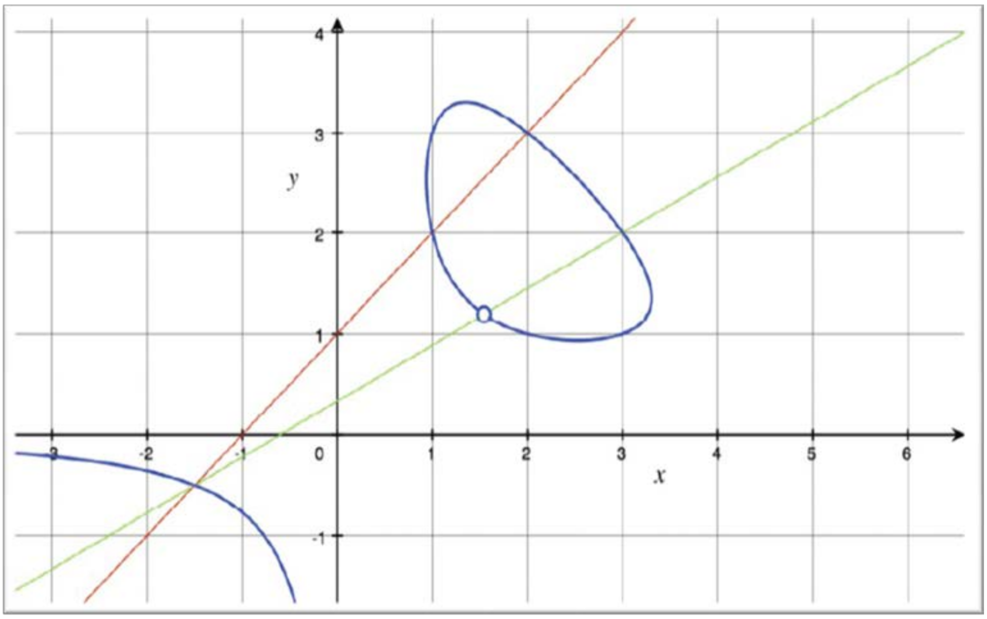
ដែលយើងអាចសរសេរបានជា

$x^2y + xy^2 = kxy - k$ (3)

គ្រប់ត្រីកោណដែលមានផ្ទៃក្រឡា A និងកន្លះបរិមាត្រ s ត្រូវគ្នានឹងចំណុចមួយនៅលើខ្សែកោង ហើយគ្រប់ចំណុចនៅលើខ្សែកោង គឺជាផ្នែកពិតប្រាកដមួយនៃប្លង់ត្រូវគ្នាទៅនឹងត្រីកោណ។ផ្នែក ដែលត្រូវគ្នាទៅនឹងត្រីកោណដែលបង្ហាញយ៉ាងច្បាស់នៅក្នុងរូបភាពទី 2 ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ដោយមុំ $\alpha+\beta+\gamma=2\pi$ ដែល $0<\alpha,\beta,\gamma<\pi$ ដែលត្រូវគ្នាទៅនឹងតំបន់ $x>0$, $y>0$ និង $xy>1$ ព្រោះ $(z>0)$ ។

ក្នុងរូបភាពនេះ បង្ហាញពីខ្សែកោងនោះ ក្នុងករណី *k=6* ដែលតម្លៃនោះ ត្រូវគ្នាទៅនឹងត្រីកោណដែលមានជ្រុង 3, 4 និង5។ គ្រប់ចំណុចដែលផ្សំគ្នានៅលើខ្សែកោងក្នុងកាជ្រង់វិជ្ជមាន ត្រូវគ្នាទៅនឹងត្រីកោណ ដែលមានប្រវែងជ្រុងគឺ $a=x+y$, $b=y+z$ និង $c=z+x$ ។ ជាពិសេស ចំណុច $(1,2),(2,1),(2,3),(3,2),(1,3)$ និង $(3,1)$ ត្រូវគ្នាទៅនឹងត្រីកោណដែលមានជ្រុង 3, 4 និង 5 ដែលតម្លៃនៃជ្រុងយកតាមលំដាប់ផ្សេងៗគ្នា។ (រូបភាពខាងក្រោម អាចមើលបានដោយរស់រវើក ជាឯកសារប្រភេទ Geogebra បើសិនជាប្រើក្នុងអិនធឺណែត ឬក្នុងកម្មវិធីវា។ វាបង្ហាញនូវចំណុចផ្សេងៗទៀតនៃខ្សែកោង ឬសម្រាប់បណ្តូរប៉ារ៉ាម៉ែត។

ការស្វែងរកចំណុចនៅលើខ្សែកោង



រូបភាពទី 3:ខ្សែកោងកំណត់ប៉ារ៉ាម៉ែត្រត្រីកោណ ដែលមានបរិមាត្រ12 និងផ្ទៃក្រឡា 6

ដោយខ្សែកោងក្នុងរូបភាពទី 3 ត្រូវបានកំណត់ដោយសមីការដឺក្រេទី 3 យើងអាចរកចំណុចនៅលើវា ដោយប្រើវិធីតង់សង់និងសេកង់។ ចំណុចពីរនៅលើខ្សែកោងកំនត់សេកង់ ដែលកាត់ខ្សែកោងច្រើនជាងមួយចំណុច។ ត្រូវរកគ្រប់ចំណុចទាំងនេះ ដើម្បីដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី 3 អញ្ញាត x ដែលឬសពីរទៀតរបស់វា ត្រូវបានគេស្គាល់រួចមកហើយ។ ដោយយើងមានចំណុច 6 នៅលើខ្សែកោងរួចមកហើយ នោះ មានលទ្ធភាពបង្កើតសេកង់ជាច្រើន ដូចនេះពេលមានចំណុចកាន់តែច្រើន វាក៏បង្កើតលទ្ធភាពបង្កើតសេកង់ជាច្រើនដែរ។ ជាការពិតណាស់ ខ្សែកោងដែលមានចំណុចច្រើនរាប់មិនអស់ដែលមានកូអរដោនេជាចំនួនសនិទាន។ ទំរង់ទាំងពីរនៃសេកង់បានបង្ហាញក្នុងរូបភាពទី 3 ដោយចំណុច (54/35, 25/21) ដែលត្រូវគ្នាទៅនឹងត្រីកោណដែលមានជ្រុង41/51, 101/21 និង 156/35។

ទម្រង់សេកង់ អាចអនុវត្តន៍ចំពោះខ្សែកោងដឺក្រេទី 3 ផ្សេងទៀតនៅក្នុងប្លង់ ដែលខ្សែកោងនោះត្រូវបានគេហៅថាខ្សែកោងអេលីប (មិនមែនដោយសារខ្សែកោងមានរាងជាអេលីបទេ ប៉ុន្តែពួកវាកើតមានឡើង នៅពេលដែលយើងសិក្សាពី

ថ្នាក់អនុគមន៍ស្មុគ្រស្មាញ ដែលហៅថា អនុគមន៍អេលីប)។ ទ ម្រង់សេកង់អាចឱ្យកំណត់បាននូវ ក្រុមមួយរបស់សំណុំនៃចំណុចសនិទាន ទៅលើខ្សែកោងអេលីបមួយ (នោះគឺជាចំណុចដែលមានកូអរដោនេជាសំណុំចំនួនសនិទាន)។

ការសិក្សាលើខ្សែកោងអេលីប គឺជាមូលដ្ឋានគ្រឹះមួយនៃការស្រាវជ្រាវទ្រឹស្តីចំនួន ដែលមានអនុវត្តន៍នៅក្នុងគ្រោងការកូដការ និងការពារសុវត្ថិភាពហិរញ្ញវត្ថុនៅលើងគេហទំព័រ។ ខ្សែកោងអេលីបដើរតួនាទីយ៉ាងសំខាន់សម្រាយបញ្ជាក់ទ្រឹស្តីបទ ហ្វែម៉ា ចុងក្រោយ។

រឿងរ៉ាវដែលបានពិពណ៌នានៅក្នុងអត្ថបទនេះ បង្ហាញពីភាពអស្ចារ្យនៃផ្នែកគណិតវិទ្យា ដែលចាប់ផ្តើមពីការបង្រៀននៅថ្នាក់វិទ្យាល័យនិងបញ្ចប់នៅថ្នាក់ស្រាវជ្រាវ។ ជាមួយគ្នានេះ យើងប្រទះនូវគ្រិះសំខាន់ៗ នៃគណិតវិទ្យាទំនើបៈ គំនិតនៃការដោះស្រាយបញ្ហាអំពីផ្នែកពិសេសនៃត្រីកោណ (ជាឧទាហរណ៍ ត្រីកោណដែលមានផ្ទៃក្រឡា 6 និងបរិមាត្រ 12) ដោយចាត់ចូល ទៅក្នុងក្រុមពួកទូទៅ (លំហាត្រីកោណទាំងអស់) ហើយនិងការស្វែងរកមធ្យោបាយត្រឹមត្រូវមួយ ដើម្បីកំណត់ប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃត្រីកោណ។