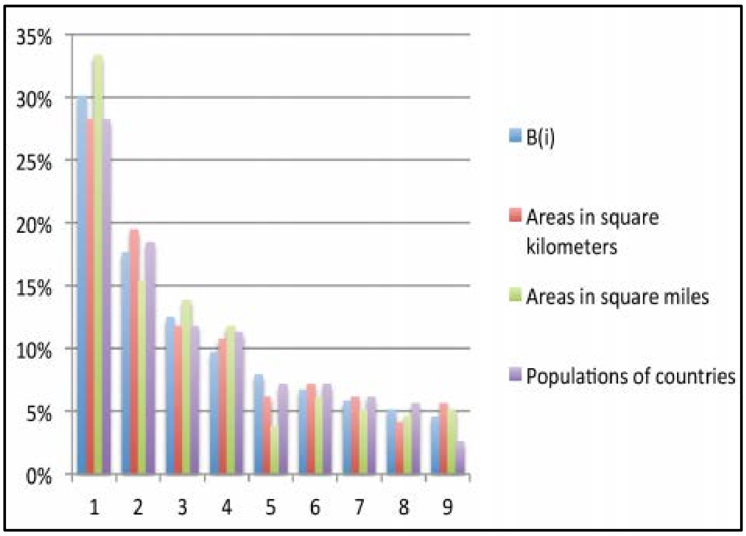
អត្ថបទដកស្រង់ចេញពី

Klein Project Blog

ច្បាប់ បែនហ្វត៖ សិក្សាពីកំហុស និងកំណែកំហុស



អ្នកនិពន្ធ: គ្រីស្ទាន រ៉ូស្សូ (Christiane Rousseau)

វាជាការផ្សងគ្រោះថ្នាក់ធំណាស់ ក្នុងការផ្លាស់ប្តូរ តម្លៃលេខជាច្រើន ក្នុងហិរញ្ញវត្ថុ ប្រសិនបើជននោះមិនមានចំណេះដឹងគណិតវិទ្យាខ្លះទេ។ ជាការពិត ដែលចំនួនយ៉ាងច្រើន ដែលប្រើប្រាស់នៅក្នុងហិរញ្ញវត្ថុ គោរពតាមច្បាប់គណិតវិទ្យា ដែលហៅថាច្បាប់បែនហ្វត (*បែនហ្វត*) ឬច្បាប់នៃសញ្ញាលេខដំបូង។ ប្រសិនបើយើងភ្លេចពីច្បាប់នោះ ចំនួននោះនឹងមិនអាចឆ្លងកាត់តេស្តស្ថិតិ ហើយទាមទារនូវការពិនិត្យពិច័យហ្មត់ចត់។ ច្បាប់បែនហ្វតចែងថា៖ បើយើង ប្រមូលទិន្នន័យដោយចៃដន្យ ហើយគណនាប្រេកង់នៃ សញ្ញាលេខដំបូង នោះលេខដំបូងជាលេខ 1 កើតមានប្រហែល 30%។ ក្នុងពេលនោះដែរ សញ្ញាលេខដំបូងជាលេខ 9 នោះកើតមានតែ 4.5% ទេ។ ច្បាប់នេះបានសង្កេតឃើញនៅក្នុងចំនួនជាច្រើននៅក្នុងសំណុំនៃចំនួនដូចជាស្វ័យគុណនៃ 2 ឬស្វ៊ីតហ្វីបូណាក់ស៊ី ជាដើម។

ហេតុអ្វី?

ឥឡូវយើងនឹងពន្យល់ ហើយចែករំលែកជូនអ្នក។

ច្បាប់បែនហ្វត ស្តីពីរបាយនៃសញ្ញាលេខដំបូងនៃចំនួន។ សញ្ញាលេខដំបូងនៃចំនួនវិជ្ជមាន ជាលេខខុសពីសូន្យដែលឈរនៅខាងឆ្វេងគេបំផុតនៃកន្សោមទសភាគ។ឧទាហរណ៍សញ្ញាលេខដំបូងនៃ π គឺ 3 ហើយសម្រាប់ 2371.5 គឺជា 2 និងសម្រាប់ 0.00563 គឺ 5។

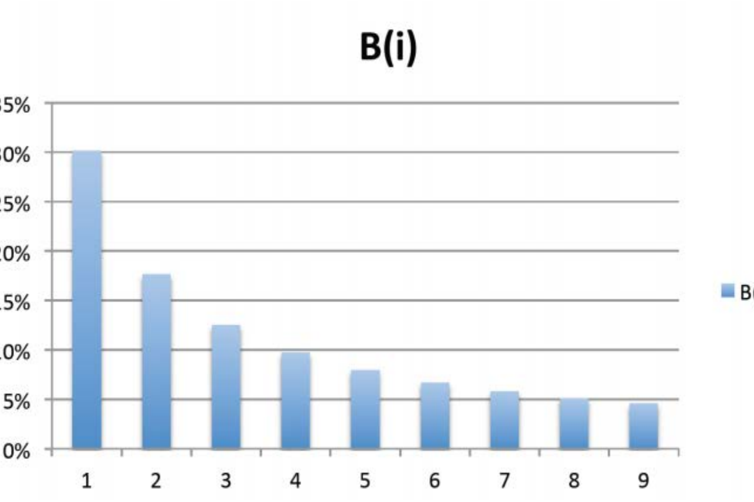
វិធីសាស្ត្រមួយទៀត ដែលមានប្រយោជន៍សម្រាប់ការពិភាក្សាបែបគណិតវិទ្យា គឺសរសេរជាចំនួនពិតវិជ្ជមាន x ដែលមាន $m \in [1,9)$ ដងស្វ័យគុណនៃ10 ៖

$$x = m10^n, n \in Z$$

បើសញ្ញាលេខដំបូងនៃ x ជាចំនួនគត់ ផ្នែក m តាងដោយ $[m]$ ចំនួន m ហៅថា ម៉ង់ទីស (*Mantissa*) នៃ x។ ឥឡូវយើងអះអាងថា បើយើងជ្រើសរើស ចំនួនណាមួយដោយចៃដន្យ ហើយគណនា ប្រេកង់ $B(i)$ នៃសញ្ញាលេខដំបូង i នោះ $B(i)$ ដែលទទួលបានគឺប្រហែល $\log_{10}\left(1+\frac{1}{i}\right)$។ ខាងក្រោមនេះជា ប្រេកង់ដែលយើងទទួលបាន៖

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$B(i)$	0.3010	0.1761	0.1249	0.0969	0.0792	0.0669	0.0580	0.0511	0.0458

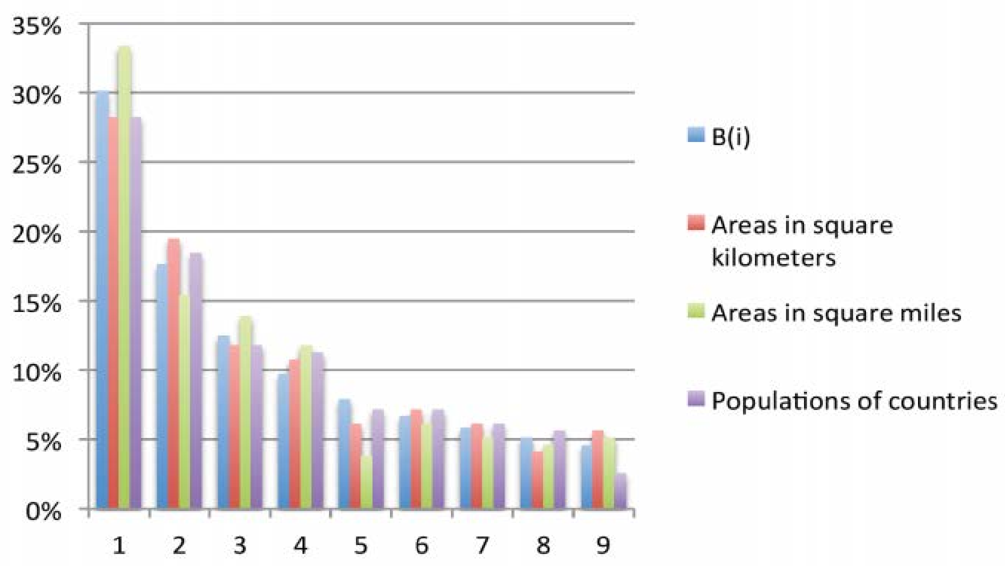
តារាងទី ១ ៖ ប្រេកង់នៃច្បាប់បែនហ្វត



រូបភាពទី1:ប្រេកង់ B(i)នៃច្បាប់បែនហ្វត

ឥឡូវនេះយើងបង្ហាញប្រវត្តិសង្ខេប។ បាតុភូតនេះបានរកឃើញដំបូងដោយតារាវិទូ ស៊ីម៉ន ញូខូម (*Simon Newcome)* (1835-1909) ដែលកត់សម្គាល់ថា ទំព័រដំបូងនៃតារាងលោការីត មានទំនាក់ទំនងជាមួយសញ្ញាលេខដំបូងជាងលេខបន្តបន្ទាប់ទៀត។ របកគំហើញនេះ បានត្រូវបំភ្លេច ហើយបន្ទាប់មក ស្នាដៃនេះក៏ត្រូវបានរកឃើញសារឡើងវិញដោយ ហ្វ្រែង បែនហ្វត (*Frank បែនហ្វត)* (1883-1948) នៅឆ្នាំ 1938 ។ ហ្វ្រែង បែនហ្វត ប្រមូលលេខចំនួនជាង ១០ពាន់ពីគ្រប់មជ្ឈដ្ឋានដែលគោរពតាមច្បាប់របស់គាត់។ ប្រព័ន្ធ ទិន្នន័យទំនើបរបស់ ស៊ីម៉ន ផ្លេស (*Simon Plaffe)* ដែលមានផ្ទុកចំនួនថេរគណិតវិទ្យាជាង 215 លាន ក៏គោរពច្បាប់បែនហ្វតដែរ។

សំណុំជាច្រើនទៀតនៃចំនួនដែលមិនចៃដន្យ ក៏គោរពតាម ច្បាប់*បែនហ្វត*ដែរ។ នេះគឺជាករណីនៃចំនួនប្រជាជនក្នុងប្រទេស ផ្ទៃក្រឡាប្រទេស ប្រវែងទន្លេជាដើម។ ប្រហែល ជាអ្នកនឹងបញ្ឈប់ខ្ញុំ ហើយចាប់ផ្តើម សង្ស័យ ថាតើឯកតាដែលប្រើសម្រាប់វាស់នោះជាអ្វី? ជាម៉ាយ ឬជាម៉ែត្រ? **គឺមិនសំខាន់** បើសិនប្រវែងនៃទន្លេគោរពច្បាប់*បែនហ្វត*នោះប្រវែងគិតជាម៉ាយក៏គោរពច្បាប់*បែនហ្វត* ដែរ។ ការប្តូរឯកតា ត្រូវគ្នាទៅការប្តូរមាត្រដ្ឋាន។ យើងនឹងឃើញថា ច្បាប់*បែនហ្វត*មិនប្រែប្រួលដោយការប្តូរមាត្រដ្ឋានឡើយ។ ម្យ៉ាងទៀតវាគឺច្បាប់ប្រូបាប៊ីលីតេតែមួយគត់ ដែលមិនប្រែប្រួល តាមមាត្រដ្ឋាន។



រូបភាពទី2 ៖ ទិន្នន័យប្រហែលខ្លះៗ ដែលគោរពច្បាប់*បែនហ្វត*៖ ផ្ទៃក្រឡានៃប្រទេស គិតជាគីឡូម៉ែត្រការ៉េ ផ្ទៃក្រឡានៃប្រទេសគិតជាម៉ាយការ៉េ និងចំនួនប្រជាជននៃប្រទេសទាំងនោះ។

ខ្ញុំបានជម្រាបរួចមកហើយក្នុងសេចក្តីផ្តើមថា ចំនួនហ្វីបូណាក់ស៊ី គោរពច្បាប់*បែនហ្វត*។ ប៉ុន្តែគួរចាំថា ច្បាប់*បែនហ្វត* ជាវត្ថុអរូបីមួយ ហើយវាអាស្រ័យទៅនឹងប្រព័ន្ធគោល១០ដែលយើងប្រើសរសេរចំនួនទាំងឡាយ។ ក្នុងប្រព័ន្ធគោលb ដែល $b \neq 10$ លេខខុសពី សូន្យជាធាតុរបស់សំណុំ{1;...b-1} ហើយច្បាប់របស់បែនហ្វតសម្រាប់ គោលb ពោលថា ប្រេកង់នៃលេខដំបូងi គឺ $B_b(i)=\log_b(1+\frac{1}{i})$ ។ ដូចនេះ ចំនួនហ្វីបូណាក់ស៊ី គោរព តាមច្បាប់*បែនហ្វត* នៃគោលb! ច្បាប់*បែនហ្វត* មិនប្រែប្រួលដោយការផ្លាស់ប្តូរគោលទេ។ វា ជាច្បាប់មិនធម្មតាមួយនៃប្រូបាប៊ីលីតេ ដែលមិនប្រែប្រួលតាមការផ្លាស់ប្តូរគោល។

ឥលូវនេះ ដល់វេលានៃការពន្យល់ហើយ។ តម្រូវថាអ្នកគួរតែនឹកមកវិញពីមុខវិជ្ជាប្រូបាប៊ីលីតេរបស់អ្នកមួយចំនួន។ ប៉ុន្តែអ្នកគួរប្រុងប្រៀបខ្លួន មុននឹងធ្វើការចាប់ផ្តើមអានគណិតវិទ្យាស៊ីជម្រៅទាំងនេះ។

១.ភាពមិនប្រែប្រួលតាមការផ្លាស់ប្តូរមាត្រដ្ឋាន

យើងពិនិត្យទៅលើការផ្លាស់ប្តូរមាត្រដ្ឋានដ៏សាមញ្ញមួយ ដែលទទួលបានពីការគុណចំនួនទាំងអស់នៃសំណុំ និង 2។ បើ ពិនិត្យចំនួនដែលមានសញ្ញាលេខដំបូង ជា លេខ1 ពេលនោះលេខដំបូង ត្រូវបានផ្លាស់ប្តូរដោយលេខ 2ឬ 3។ វាគឺមានភាពងាយស្រួលក្នុង ការផ្ទៀងផ្ទាត់ថា$B(1)=B(2)+B(3)$ ។ ពិតណាស់ដែលថា

$$\begin{aligned}B(2)+B(3)&=\log_{10}(1+\frac{1}{2})+\log_{10}(1+\frac{1}{3})\\&=\log_{10}\frac{3}{2}+\log_{10}\frac{4}{3}\\&=\log_{10}\frac{3}{2}\frac{4}{3}=\log_{10}2=B(1)\end{aligned}$$

ដូចគ្នាដែរអ្នកអាចផ្ទៀងផ្ទាត់$B(2)=B(4)+B(5)$ ប៉ុន្តែថាតើអ្នកអាចប្រើវិធីណា ប្រសិនបើអ្នកប្តូរខ្នាតពីម៉ាយទៅគីឡូម៉ែត្រ បានន័យថា គុណនិង ១.៦? ដូចបានពោលពីខាងដើម ច្បាប់*បែនហ្វត* មានលក្ខណ:ប្រិតប្រៀងណាស់ យើងត្រូវការលក្ខណ:ទូទៅរបស់វា។ តើសញ្ញាលេខដំបូង i មានន័យដូចម្តេច? វាមានន័យថា ម៉ង់ទីស m ជារបស់ចន្លោះ *[i ,i+1]*។ ដូច្នេះច្បាប់*បែនហ្វត* គឺជា ប្រូបាប៊ីលីតេដោយផ្អែកនៃរបាយម៉ង់ទីស។ ជាទូទៅច្បាប់របស់*បែនហ្វត*នៃ ម៉ង់ទីស ជាអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេមួយ លើចន្លោះ [1, 10) ។ ពេលយើងរើសចំនួនចៃដន្យមួយ យើងអាចគណនាម៉ង់ទីសរបស់វា។ វាជាអថេរចៃដន្យ M ដែលមានតម្លៃចន្លោះ [1, 10)។យើងឃើញថាវាគោរពច្បាប់*បែនហ្វត* ប្រសិនបើវាជាអនុគមន៍ ដង់ស៊ីតេដែលមានរាង:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x\log 10} & ,x\in[1,10)\\ 0 & otherwise\end{cases}$$

បើ $P(a\le M<b)$ តាងឱ្យប្រូបាប៊ីលីតេដែល$a\le M<b$ នោះមានន័យថាយើងបាន:

$$P(a\le M<b)=\int_a^b f(x)dx$$

វាគឺជាលក្ខណ:ទូទៅនៃច្បាប់របស់*បែនហ្វត* ព្រោះថា

$$\begin{aligned}B(i)=P(i\le M<i+1)&=\int_i^{i+1}\frac{1}{x\log 10}dx\\&=\frac{1}{\log_{10}}(\log(i+1)-\log(i))=\frac{1}{\log_{10}}(\log\frac{i+1}{i})\\&=\log_{10}(1+\frac{1}{i})\end{aligned}$$

តើវាមានន័យដូចម្ដេចដែលថា អថេរចៃដន្យ X នៅចន្លោះ $[1,10)$ មិនប្រែប្រួលតាមការផ្លាស់ប្ដូរមាត្រដ្ឋាន? គឺមានន័យថា ប្រសិនបើ c ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ហើយយើងយកអថេរចៃដន្យ $Y=cX$ ពេលនោះម៉ង់ទីស M នៃអថេរចៃដន្យ Y មានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេដូច X ។វាមិនលំបាកក្នុងការបង្ហាញថាករណីនេះ X គោរពច្បាប់*បែនហ្វត* ប៉ុន្តែមានករណីជាច្រើនដែលសម្គាល់បានថាវាពឹងផ្អែកទៅលើទំហំនៃ c។ យើងសិក្សាករណីមួយ ហើយទុកឱ្យអ្នកសិក្សាករណីផ្សេងទៀត។ យើងអាចសរសេរ $c = m10^r$ ដែល $m \in [1,10)$ ដោយម៉ង់ទីសនៃ cX ដូចគ្នាទៅនឹងម៉ង់ទីសនៃ mX វាគ្រប់គ្រាន់ហើយដែលយើងសិក្សាករណី $c \in [1,10)$ ។

តើអ្វីជាឧបករណ៍សម្រាប់បង្ហាញ? អ្នកដឹងហើយពីមេរៀនប្រូបាប៊ីលីតេថា ពេលខ្លះ អនុគមន៍ របាយមានប្រយោជន៍ជាងអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេសម្រាប់អថេរចៃដន្យជាប់។ អនុគមន៍របាយនៃអថេរចៃដន្យ M កំណត់ដោយ

$$F(x) = P(M \le x)$$

បើ X គោរពតាមច្បាប់*បែនហ្វត*នោះអនុគមន៍របាយ មានរាង

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ \log_{10} x & x \in [1,10) \\ 1 & x \ge 10 \end{cases} \qquad (1)$$

ដូច្នេះ យើងត្រូវបង្ហាញថាបើ X គោរពច្បាប់*បែនហ្វត* ហើយ M ជាម៉ង់ទីសនៃ cX ដែល $c \in [1,10)$ នោះ អនុគមន៍របាយ M មានរាង (1) ។

នៅក្នុងន័យនេះ យើងត្រូវគណនា $P(M \le z)$ ចំពោះ $z \in [1,10]$ ។ M ជាម៉ង់ទីសនៃ cX ដែលនៅក្នុងចន្លោះតម្លៃ $[c,10c)$ ។ ដូចនេះ $M = cX$ ពេលដែល $cX < 10$ និង $cX/10$ ដែល $cX \ge 10$ ។ ករណីដំបូង កើតឡើងពេលដែល $z < c$ ។ សម្រាប់ម៉ង់ទីសនៃ cX ស្ថិតនៅចន្លោះ $[1,c)$ មានករណីដែលអាចកើតឡើងតែមួយគត់គឺ $cX \in [10,10c]$ ។ ដូចនេះម៉ង់ទីសនៃ cX គឺ $cX/10$ ។ យើងបាន:

$$\begin{aligned} P(M \le z) &= P(1 \le cX/10 \le z) \\ &= P\left(\frac{10}{c} \le X \le \frac{10z}{c}\right) \\ &= F\left(\frac{10z}{c}\right) - F\left(\frac{10}{c}\right) \\ &= \log_{10} z + \log_{10}\frac{10}{c} - \log_{10}\frac{10}{c} \\ &= \log_{10} z \end{aligned}$$

ដូចដែលបានគិតទុក។ ករណីផ្សេងទៀត អាចដោះស្រាយតាមរបៀបដូចគ្នា។

២.ច្បាប់បែនហ្វតគឺជាច្បាប់ប្រូបាប៊ីលីតេតែមួយគត់លើម៉ង់ទីសដែលមិនប្រែប្រួលតាមមាត្រដ្ឋាន

វាហាក់បីដូចជាប្រយោគដែលគួរឱ្យរំភើប! មិនមែនទេ អ្នកនឹងឃើញថាសម្រាយបំភ្លឺ នឹង មិនស្មុគស្មាញដូចសម្រាយបញ្ជាក់ខាងលើពេកទេ។ សន្មត X ជាអថេរចៃដន្យតាងម៉ង់ទីស និងមានតម្លៃ $[1,10)$ ។ យើងស្វែងរកអនុគមន៍របាយ $F(x)$ ក្រោមសម្មតិកម្មដែលថា X ជាតម្លៃមិនប្រែប្រួលតាមឥទ្ធិពលនៃការប្ដូរមាត្រដ្ឋាន។ ដូចនេះ យើងត្រូវការ គណនា៖

$$F(x) = P(X \le x) = P(1 \le X \le x) ។$$

នោះយើងមាន $F(0) = 0$ និង $P(10) = 1$

ឧបសគ្គចំបងនៃសម្រាយបំភ្លឺ ស្ថិតនៅលើការបកស្រាយថា តើមានន័យដូចម្តេចដែលថា X ជាតម្លៃមិនប្រែប្រួលតាមការប្តូរមាត្រដ្ឋាន។ ដោយ $1 \le X \le x$ និង $c \le cX \le cx$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ដូចគ្នា យើងបាន

$$P(1 \le X \le x) = P(c \le cX \le cx) = F(x) \quad (2)$$

ដូចមុនដែរ យើងពិនិត្យមើលករណី $c \in [1,10)$ ដែល $cx < 10$ (c អាស្រ័យនឹង x)។ សម្រាប់ $c \le cX \le cx$,cX ស្មើនឹងម៉ង់ទីសរបស់វា។ ដោយ X ជាតម្លៃមិនប្រែប្រួលតាមការប្តូរមាត្រដ្ឋាន នោះម៉ង់ទីសនៃ cX មានអនុគមន៍របាយដូច X ។ ដូច្នេះ

$$P(c \le cX \le cx) = F(cx) - F(c)$$

ប្ដូកបញ្ចូលជាមួយ(2) យើងឃើញថាអនុគមន៍$F(x)$ ផ្ទៀងផ្ទាត់

$$F(x) = F(cx) - F(c)\,,\quad F(1) = 0 \quad F(10) = 1 \qquad (3)$$

ឱ្យតម្លៃ $C \in [1, 10]$ មិនធំពេក។ យើងត្រូវរក F ពីសមីការអនុគមន៍ (3) ។

យើងពិនិត្យមើល តើត្រូវធ្វើបែបណា។ បើយើងតាង$C = 1 + \varepsilon$ យើងបាន

$$F(x) = F\left(x(1+\varepsilon)\right) - F(1+\varepsilon)$$

ដែលអាចសរសេរ

$$\frac{F\left(x(1+\varepsilon)\right) - F(1+\varepsilon)}{x\varepsilon} = \frac{F(1+\varepsilon) - F(1)}{x\varepsilon}$$

ដោយ $F(1) = 0$ ។ រកលីមីតពេល $\varepsilon \longrightarrow 0$។ យើងត្រូវដឹងថាផលចែកនៃអង្គទាំងពីរ មានលីមីតកំនត់។ ផ្នែកខាងឆ្វេងគឺ $\frac{F\left(x(1+\varepsilon)\right) - F(1+\varepsilon)}{x\varepsilon}$ មានលីមីត $F'(x)$ ហើយនៅអង្គខាងស្តាំគឺ $\frac{F(1+\varepsilon) - F(1)}{x\varepsilon}$ មានលីមីត $F'(1)$។ ដូចនេះយើងបានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលដែលអាចបំបែកពីអថេរបាន

$$F'(x) = \frac{F(1)}{x}$$ ។

ដែលមានចម្លើយ $F(x) = F'(1)\ln x + C$ ។ ដោយ $F(1) = 0$ យើងមាន $C = 0$ ម្យ៉ាងទៀត $F(10) = 1$ នោះ

$F'(1) = \frac{1}{\ln 10}$ ។ ដូច្នេះ $F(x) = \frac{\ln x}{\ln 10} = \log_{10} x$ ហើយយើងបានដោះស្រាយហើយ។

៣. ហេតុអ្វីបានជាចំនួនមកពីប្រភពផ្សេងៗគោរពច្បាប់បែនហ្វត?

លោក ថេអូដរ ហ៊ីល (*Theodore Hill)* ក្នុងឆ្នាំ1995 បានឆ្លើយនឹងសំនួរនេះហើយយើងនឹងពិភាក្សាសង្ខេប នូវគំនិតរបស់គាត់។ មែនហើយដែលថា មិនមែនគ្រប់សំណុំទាំងអស់នៃចំនួន គោរព ច្បាប់*បែនហ្វត* នោះ។ ជាឧទាហរណ៍ ប្រសិនបើយើងមើលពីកម្ពស់មនុស្ស គឺ លើកលែងតែមួយចំនួនតូចប៉ុណ្ណោះ យើងមានសញ្ញាលេខដំបូងគឺ 1 និង 2ហើយប្រសិនបើអ្នកផ្លាស់ប្តូរទំហំជាហ្វីត *feet* (*1 foot* ប្រហែល30 *cm)* អ្នកនឹង ប្តូរអនុគមន៍របាយ សញ្ញាលេខដំបូង។ ដូចនេះសំណុំចំនួននេះបានប្រែប្រួលតាមមាត្រដ្ឋាន។ ប៉ុន្តែបើយើងពិនិត្យសំណុំចំនួនជាច្រើន ដែលទទួលបានពីប្រភពផ្សេងៗជាច្រើន ហើយដូរ មាត្រដ្ឋានរបស់វា។ យើងមាន សំណុំរងនៃចំនួនជាមួយនឹង មាត្រដ្ឋានពិសេសរបស់វា។ ដោយសំណុំចំនួនវាធំហើយជាចំនួនដែលយកមកពីប្រភពជាច្រើននោះ ក៏នឹងបង្កឱ្យមានមាត្រដ្ឋានជាច្រើនផងដែរ។ គុណចំនួនទាំងអស់ដែលមានក្នុងសំណុំដោយចំនួនថេរវិជ្ជមាន នាំឲ្យផ្លាស់ប្តូរនៃវត្តមានរបស់មាត្រដ្ឋានក្នុងសំណុំថ្មី។ ដូច្នេះយើងរំពឹងថា សំណុំនៃចំនួនដែលទទួលបានថ្មីនឹងគ្មានមាត្រដ្ឋានពិសេសណាមួយទេ។ ដូចនេះវានឹងគោរពច្បាប់ *បែនហ្វត។*

នេះជាការពន្យល់ដ៏ល្អសម្រាប់សំណុំនៃចំនួនដែលទទួលបានពីប្រភពជាច្រើន។ ប៉ុន្តែវាមិនទាន់បានពន្យល់ពីផ្ទៃក្រឡា ចំនួនប្រជាជននៃប្រទេស ឬប្រវែងទន្លេ ថាគោរព ច្បាប់*បែនហ្វត* នោះទេ។ យើងនឹងពិភាក្សាពីការពន្យល់ថ្មីៗនេះ

(2008) ផ្តល់ដោយ ហ្គោវ្រីត (*Gauvrit),* ដឺឡាហាយេ *(Delahaye),* ហ្វូស្ទ័រ *(Fewster)*។បំណកស្រាយនេះ ក៏សម្រាប់សំណុំចំនួនជាច្រើនពីប្រភពផ្សេងៗ។

៤. សំណុំនៃចំនួនមានលំដាប់អាចប្រៀបធៀបច្រើនក៏គោរពច្បាប់បែនហ្វតដែរ

យើងនឹងធ្វើនៅក្នុងគោល 10 ហើយយើងមានចំនួនវិជ្ជមាន x ដែលអាចសរសេរ $x = m10^n$ ដែល $m \in [1,10)$ ហើយ $n \in$ ។ យើ ងសន្មត n លំដាប់អាចប្រៀបធៀបបាន ហើយយើងថា មានច្រើន លំដាប់អាចប្រៀបធៀបបាន បើមានតម្លៃ n ច្រើន។ (គួរកត់សម្គាល់ថា លក្ខណៈនេះគឺមិនប្រែប្រួលតាមការផ្លាស់ប្តូរនៃមាត្រដ្ឋានទេ)។ ដើម្បីសម្រួលការពន្យល់ សន្មតថាចំនួនស្ថិតនៅចន្លោះ $[1, 10^6)$ ។ ដូចនេះ ចំនួនដែលមានសញ្ញាលេខដំបូង ជាលេខ 1 ជាធាតុសំណុំ

$$S_1 = [1,2) \cup [10,20) \cup [100,200) \cup [1000,2000) \cup [10^4, 2\times 10^4) \cup [10^5, 2\times 10^5),$$

ដូចគ្នានេះដែរសំណុំ S_i សំរាប់លេខផ្សេងទៀត។ គួរតែសរសេរជារាង លោការីតគោល 10 នៃចំនួនទាំងនេះ៖ $y = \log_{10} x$។ ដូច្នេះ $y = \log_{10} m + n$ ។ យើងបង្ហាញថា បើអថេរចៃដន្យ M លើចន្លោះ$[1, 10)$ គោរពច្បាប់*បែនហ្វត* នោះអថេរចៃដន្យ $Z = \log_{10} M$ មានឯកលក្ខណៈភាពលើចន្លោះ $[0, 1)$ ។ ដូច្នេះ វាគ្រប់គ្រាន់សម្រាប់បង្ហាញថា អនុគមន៍របាយនៃ Z គឺជាអថេរចៃដន្យមានឯកលក្ខណៈភាពលើចន្លោះ$[0, 1)$ មានន័យថា

$$F(z) = \begin{cases} 0, & z < 0, \\ z, & z \in [0,1), \\ 1, & z \geqslant 1. \end{cases}$$

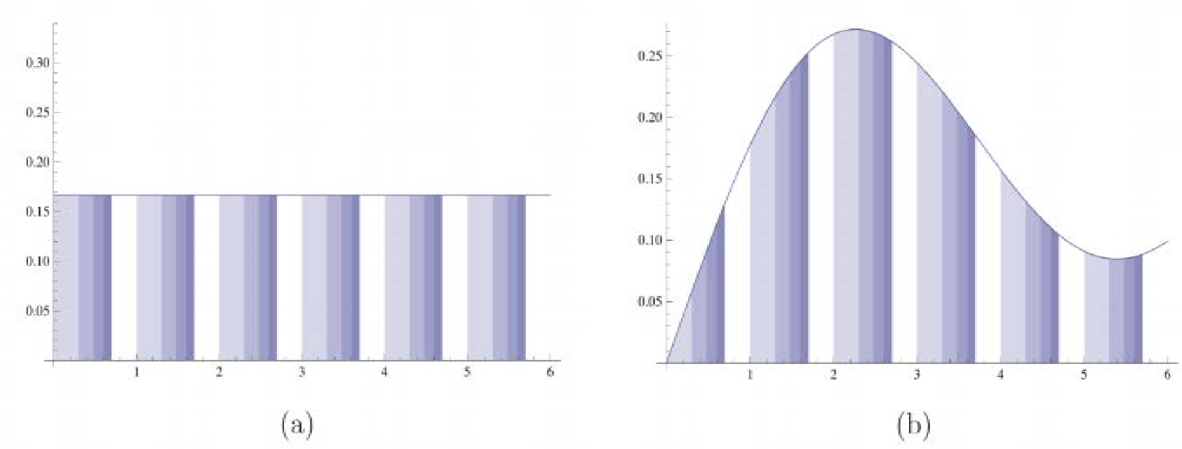
ជាការពិត ពេលដែល $z \in [0,1)$

$$P(Z \le z) = P(0 \le \log_{10} M \le z) = P(1 \le M \le 10^z) = \log_{10} 10^z = z$$

ប្រសិនបើ X ជាធាតុនៃសំណុំ S_1 នោះ Y ជាធាតុនៃសំណុំ $T_1 = \log_{10} S_1$

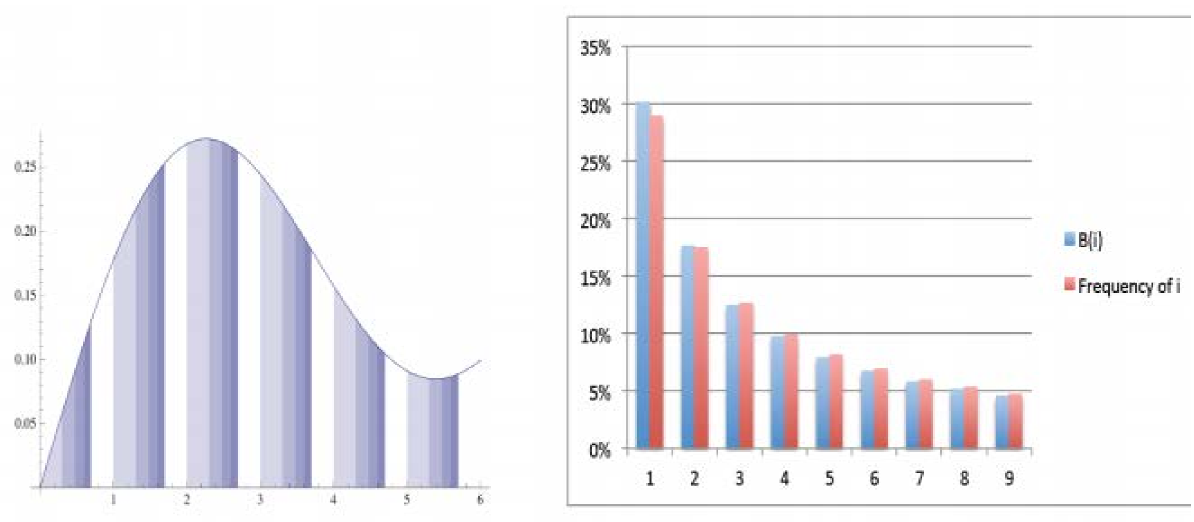
$$T_1 = [0, \log_{10} 2) \cup [1, 1+\log_{10} 2) \cup [2, 2+\log_{10} 2) \cup [3, 3+\log_{10} 2) \cup [4, 4+\log_{10} 2) \cup [5, 5+\log_{10} 2)$$

ដូចគ្នានេះដែរសម្រាប់លេខដទៃទៀត។ យើងរើសអថេរចៃដន្យ X ពី ចន្លោះ$[1, 10^6)$ នោះ $Y = \log_{10} X$ មានតម្លៃក្នុងចន្លោះ$[0, 6)$ ។ ត្រូវចាំថា នៃក្រាហ្វប្រូបាប៊ីលីតេនៃអថេរចៃដន្យ ជាធាតុនៃសំណុំ ស្មើនឹងផ្ទៃក្រឡាផ្នែកខាងក្រោមនៃក្រាហ្វដង់ស៊ីតេនៃសំណុំខាងលើ។ បើដង់ស៊ីតេអនុគមន៍ f នៃ Y ស្ថិតនៅក្រៅចន្លោះ$[0, 6)$ គឺដូចគ្នានឹងរូបភាព 3(*a*) ហើយ យើងទទួលបានលទ្ធផលហើយ។ ជារឿយៗ វាមិនសូវមានករណីបែបនេះទេ គឺច្រើនតែដូចករណី *(b)*។ ដូច្នេះ វាមានសារៈសំខាន់ដែលថា សំណុំនៃចំនួនមកពីប្រភពផ្សេងៗ មានលំដាប់អាចប្រៀបធៀបច្រើន។ ចំណែកដែលខុសគ្នាតាមសញ្ញាលេខដំបូង i វាយផ្តេកបង្កើតជាអង្កត់ជាច្រើន ដែលមានផលបូកប្រវែងជាលំដាប់នៃ $\log_{10}\left(1+\frac{1}{i}\right)$ នៃប្រវែងទទឹងសរុប។ ដូច្នេះ ទោះជាកម្ពស់នៃ *f(x)* មិនស្មើគ្នាក៏ដោយរវាងអង្កត់ទាំងនោះ ក៏យើងអាចស្មានបាននូវតម្លៃមធ្យម នៃលំដាប់អាចប្រៀបធៀបបាន សម្រាប់លេខនិមួយៗ។ បើសិនជាដូច្នេះមែន នោះទិន្នន័យគោរពច្បាប់*បែនហ្វត*។



(a)អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេ f ឯកលក្ខណៈភាព (b)អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេ f គ្មានឯកលក្ខណៈភាព

រូបភាព 3: ផ្ទៃត្រូវគ្នាទៅនឹងប្រេកង់នៃសញ្ញាលេខដំបូង 1,2,3,4 សម្រាប់អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេពីរផ្សេងគ្នានៃ Y។ តម្លៃត្រូវគ្នានៃផ្ទៃបង្ហាញក្នុងរូបភាពទី4



(a) អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេនៃ f (b) ផ្ទៃក្រឡានៅក្រោមខ្សែកោងនៃសញ្ញាលេខដំបូងនៃ f និងអនុគមន៍នៃឯកលក្ខណៈ

រូបទី៤៖ ផ្ទៃក្រឡាត្រូវគ្នានឹងប្រេកង់នៃសញ្ញាលេខដំបូង1,2,3និង4សម្រាប់អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេនៃរូប3(b)។ នៅ ខាងស្តាំ យើងឃើញតម្លៃទាំងនេះកៀកជិតទៅនឹងតម្លៃលេខនៃច្បាប់បែនហ្វត សម្រាប់ករណីឯកលក្ខណៈនៃអនុគមន៍ ដង់ស៊ីតេ y

៥. យើងអាចតេស្តតាមវិធីណា ដើម្បីដឹងថាសំណុំនៃចំនួន គោរពច្បាប់បែនហ្វត?

បើយើងធ្លាប់បានរៀនមុខវិជ្ជាស្ថិតិ ហើយនោះអ្នកនឹងបាន ដឹងហើយអំពី χ^2តេស្ត។ តេស្តនេះ សម្រាប់ឱ្យអ្នកផ្ទៀងផ្ទាត់ថាតើទិន្នន័យស្របតាមរបាយប្រូបាប៊ីលីតេណាមួយដែរឬទេ។ ឧបមាថា អ្នកចង់ ធ្វើតេស្ត សំណុំមួយមាន n ធាតុ។ អ្នកគ្រាន់តែបង្កើតនូវតារាងមួយដែល n_i តាងចំនួនលេខក្នុងសំណុំដែលអ្នកមានសញ្ញាលេខដំបូង i ។ ជាការពិតណាស់ $n = n_1 + \ldots + n_9$ ។ N_i តាងឱ្យចំនួននៃចំនួនដែលមានសញ្ញាលេខដំបូង i ។ បើសំណុំរបស់អ្នកគោរពច្បាប់បែនហ្វត គេកំណត់វាដោយ $N_i = nB(i)$:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n_i	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7	n_8	n_9
N_i	N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7	N_8	N_9

តារាង 2: តារាង χ^2តេស្ត

បន្ទាប់មកអ្នកអាចគណនា

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{9} \frac{(n_i - N_i)^2}{N_i},$$

ហើយមើលតារាងតម្លៃនៃ χ^2 ត្រង់បន្ទាត់ដែលត្រូវទៅនឹងដឺក្រេសេរីទី 8 ។ ប្រសិនបើអ្នកជ្រើសរើសយកការតេស្ត ដោយកំហុស5% អ្នកនឹងទទួលបាននូវទិន្នន័យដែលត្រូវនឹងច្បាប់បែនហ្វត ពេល $\chi^2 < 15.51$ហើយបដិសេធន៍សំណើ សម្រាប់ករណីផ្សេងទៀត។ នេះជាវិធីរហ័ស ប៉ុន្តែបើសិនជាអ្នកធ្វើ ការងារតេស្តនេះជាមួយសិស្សរបស់អ្នកនោះ អ្នកគួរចំណាយពេលវេលាថែមទៀត ដើម្បីឱ្យយល់កាន់តែច្បាស់នូវសេចក្តីលំអិតនៃតេស្តនិងអត្ថន័យរបស់វា។

៦. ភាពមិនប្រែប្រួលនៃច្បាប់បែនហ្វតតាមគោល

យើងអាចរើសគម្រូប្រហែលនឹងការសិក្សាពីភាពមិនប្រែប្រួលតាមមាត្រដ្ឋានដែរ។ វាត្រូវការល្បិចក្នុងការងារនេះ ព្រោះយើងមិនអាចកំណត់ដែនការងារត្រឹមតែម៉ង់ទីសទេ។ ជាការពិតណាស់ បើ $x = m10^n$ នោះផ្នែក 10^n ក៏ចាំបាច់ បំប្លែងទៅក្នុងគោលថ្មីផងដែរ។ ពិតណាស់ភាពលំបាកពិតប្រាកដ គឺការបង្ហាញតាមន័យគណិតវិទ្យាដែលថា អថេរចៃដន្យ មិនអាស្រ័យនឹងការដូរគោលទេ។ យើងនឹងរំលងចោលចំណុចនេះ។

៧.ការសន្និដ្ឋាន

ច្បាប់របស់លោក*បែនហ្វត* មានភាពទាក់ទាញះ វាកំណត់ដោយការស្មាន វាជា បញ្ហាដែលអ្នកអាចយកមកតេស្ត ដោយខ្លួនឯង ហើយសម្រាប់ឱ្យសាកល្បងក្នុងសាលាផងដែរ។ វាមានភាពទាក់ចិត្តហើយបានក្លាយទៅជាឧបករណ៍ស្តង់ដា ដើម្បីផ្ទៀងផ្ទាត់កំហុស។ ពិតណាស់មន្ត្រីពន្ធដារជាច្រើនសិក្សាវា។ប៉ុន្តែគួរចាំថា មិនមែនត្រឹមតែសញ្ញាលេខដំបូង ដែលគួរ គិតគួរនោះ លក្ខណៈពិសេសរបស់ច្បាប់*បែនហ្វត* បានអនុញ្ញាតឲ្យពង្រីកការប្រើវាសំរាប់សញ្ញាលេខទី2 ទី3 ។ល។ អ្នកអាចស្វែងយល់ដោយខ្លួនឯង តែត្រូវដឹងថា តើក្នុងប្រជុំអង្កត់ម៉ង់ទីស នៃចំនួន ដែលត្រូវគ្នានឹងសញ្ញាលេខទី i ៕